２０２２年　東北大学前期日程試験【物 理 】解答例

$\boxed{1}$ （ここには$\boxed{1}$の解答を記入すること。）

問(1) (a) 考え方や計算の過程：

斜面に平行な方向の力のつりあいより，

$$mg\sin\theta = kx_0$$

結果：$x_0 = \dfrac{mg\sin\theta}{k}$

(b) 考え方や計算の過程：

力学的エネルギーの保存より

$$mgl_0\sin\theta = \frac{1}{2}mV^2$$

結果：$V = \sqrt{2gl_0\sin\theta}$

(c) 考え方や計算の過程：

$$U = U_{重} + U_{弾}$$

$$U_{重} = -mgx\sin\theta$$

$$U_{弾} = \frac{1}{2}kx^2$$

結果：$U = \dfrac{1}{2}kx^2 - mgx\sin\theta$

(d) 考え方や計算の過程：

力学的エネルギー保存より．

$$mgl_0\sin\theta = \frac{1}{2}kx_1^2 - mgx_1\sin\theta$$

$$m\left(\frac{kx_0}{m\sin\theta}\right)\cdot(l_0+x_1)\sin\theta = \frac{1}{2}kx_1^2$$

$$2x_0(l_0+x_1) = x_1^2$$

$$x_1^2 - 2x_0x_1 - 2x_0l_0 = 0$$

$$\therefore x_1 = x_0 \pm \sqrt{x_0^2 + 2x_0l_0}$$

$x_1 > 0$ より

$$x_1 = x_0 + \sqrt{x_0(x_0+2l_0)}$$

結果：$x_1 = x_0 + \sqrt{x_0(x_0+2l_0)}$

問(2) (a) 考え方や計算の過程：

$$A = \frac{k\cos\phi}{m}\cdot\left(\frac{mg}{k\sin\phi}\right)$$

鉛直方向の力のつりあいより

$$kd\sin\phi = mg$$

水平方向の力のつりあいより

$$kd\cos\phi = mA$$

結果：$d = \dfrac{mg}{k\sin\phi}$ ，$A = \dfrac{g}{\tan\phi}$

(b)

記号：（う）

X

$$\begin{cases} X = \dfrac{1}{2}At^2 \\ Y = \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$Y = \frac{1}{2}g\left(\frac{2X}{A}\right) = \frac{g}{A}X$$

$\rightarrow$ 直線の方程式

Y

（裏面に続く。）

２０２２年　東北大学前期日程試験【物 理 】解答例

1 (表より続く。)

問(3) (a) 考え方や計算の過程：

重力の斜面に平行な成分と動摩擦力の和より，

$ma = mg\sin\theta + \mu mg\cos\theta$

結果：$a = g(\sin\theta + \mu\cos\theta)$

(b) 考え方や計算の過程：

最高点では速度0より

$0^2 - v_0^2 = 2a(-l_1)$

結果：$l_1 = \dfrac{v_0^2}{2a}$

(c) 考え方や計算の過程：

エネルギー保存より，

$mgl_1\sin\theta = \mu mg\cos\theta \cdot l_1 + \frac{1}{2}mv_1^2$

$v_1^2 = 2g(\sin\theta - \mu\cos\theta)l_1 = 2g(\sin\theta - \mu\cos\theta) \times \dfrac{v_0^2}{2g(\sin\theta + \mu\cos\theta)}$

結果：$v_1 = \sqrt{\dfrac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\sin\theta + \mu\cos\theta}} \cdot v_0$

(d) 考え方や計算の過程：

$v_1 = Kv_0$ とおく $\left(K = \sqrt{\dfrac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\sin\theta + \mu\cos\theta}}\right)$

v_1のときの移動距離をl_2とすると，(b)と同様にして，$l_2 = \dfrac{(Kv_0)^2}{2a}$

(c)と同様にして，

$v_2^2 = 2g(\sin\theta - \mu\cos\theta)l_2 = 2g(\sin\theta - \mu\cos\theta) \cdot \dfrac{K^2 v_0^2}{2g(\sin\theta + \mu\cos\theta)}$

$v_2 = Kv_1$

同様に，

$v_3 = Kv_2$

$\vdots$

$v_N = Kv_{N-1}$

辺々かけると，

$v_1 \times v_2 \times v_3 \times \cdots \times v_N = K^N(v_0 \times v_1 \times v_2 \times \cdots v_{N-1})$

$\therefore v_N = K^N v_0$　(c)より $K = \dfrac{v_1}{v_0}$

結果：$v_N = \left(\dfrac{v_1}{v_0}\right)^N \cdot v_0$

(e)

記号：（ア）

理由：(d)で，$K<1$より，十分時間が経過した後は，$N\to\infty$として，$v_N \to 0$となる。$x=0$を通過するときの速さが0に収束することより，$x=x_0$を中心とし，$x=0$が端となる単振動をするようになるため。

２０２２年　東北大学前期日程試験【物　理　】解答例

2　（ここには2の解答を記入すること。）

問(1) (a)　考え方や計算の過程：

オームの法則より
$V = I_0 R$

電磁力はフレミング左手の法則より
左向きに働くから、
$F_0 = -BI_0 l = -Bl\left(\dfrac{V}{R}\right)$

結果：$I_0 = \dfrac{V}{R}$　，$F_0 = -\dfrac{BlV}{R}$

(b)　考え方や計算の過程：

右向きの弾性力＝左向きの電磁力より、
$kx_0 = -\dfrac{BlV}{R}$

結果：$x_0 = -\dfrac{BlV}{kR}$

問(2) (a)　考え方や計算の過程：

ファラデーの法則より $V_1 = Blv$
回路方程式より、$Blv = -\dfrac{Q}{C}$

結果：$V_1 = Blv$　，$Q = -CBlv$

(b)　考え方や計算の過程：

$U_{棒} = \dfrac{1}{2}mv^2$
$U_{ばね} = \dfrac{1}{2}kx^2$
$U_{静} = \dfrac{1}{2}C(Blv)^2$

結果：$E = \dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}kx^2 + \dfrac{1}{2}C(Blv)^2$

(c)　考え方や計算の過程：

$E = \dfrac{1}{2}\{m + C(Bl)^2\}v^2 + \dfrac{1}{2}kx^2$
これは、質量 $m + C(Bl)^2$，ばね定数 k のばね振り子の
単振動のエネルギーに相等．$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{K}}$ より．
$K = k$，$M = m + C(Bl)^2$ として、

結果：$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m + C(Bl)^2}{k}}$

（裏面に続く。）

2（表より続く。）

問(3) (a) 考え方や計算の過程：

自己誘導起電力の式より

$$V_2 = \left| -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \right|$$

結果：$V_2 = L\left|\frac{\Delta I}{\Delta t}\right|$

(b) 考え方や計算の過程：

起電力 $V = Blv = Bl\frac{\Delta x}{\Delta t}$

(a)より $\Delta I = \frac{V}{L}\cdot\Delta t$

$\Delta I = c\Delta x$ より

$$c\Delta x = \frac{Bl\cdot\frac{\Delta x}{\Delta t}}{L}\cdot\Delta t$$

$$\therefore c = \frac{Bl}{L}$$

結果：$c = \frac{Bl}{L}$

(c) 考え方や計算の過程：

(b)より $\Delta I = c\Delta x = \frac{Bl}{L}\Delta x$

積分して，$\int\Delta I = \int\frac{Bl}{L}\Delta x$

$I = \frac{Bl}{L}x + C'$ （C'：積分定数）

$I = 0 \rightarrow x = x_1$ より $C' = -\frac{Bl}{L}x_1$

$$\therefore I = \frac{Bl}{L}(x - x_1)$$

結果：$\alpha = \frac{Bl}{L}$　$\beta = x_1$

(d) 考え方や計算の過程：

$$F = -BIl - kx$$
$$= -Bl\left\{\frac{Bl}{L}(x - x_1)\right\} - kx$$

結果：$F = -\frac{(Bl)^2(x - x_1)}{L} - kx$

(e) 考え方や計算の過程：

(d)より，$F = -\frac{(Bl)^2 + kL}{L}\left\{x - \frac{(Bl)^2 x_1}{(Bl)^2 + kL}\right\}$ となり，

導体棒は $x_c = \frac{(Bl)^2}{(Bl)^2 + kL}x_1$ を中心とし，振幅 $x_c - x_1$ の単振動をおこなう。$|I|_{max}$ は x が最大値をとるときなので，それを x_{max} とすると，$x_{max} = x_c + (x_c - x_1) = 2x_c - x_1$ より，

$$x_{max} = \left\{\frac{2(Bl)^2}{(Bl)^2 + kL} - \frac{(Bl)^2 + kL}{(Bl)^2 + kL}\right\}x_1 = \frac{(Bl)^2 - kL}{(Bl)^2 + kL}x_1$$

結果：$|I|_{max} = -\frac{2kBl\,x_1}{(Bl)^2 + kL}$

3 （ここには3の解答を記入すること。）

問(1) (a)

(i) 考え方や計算の過程：

$$\Delta L = \sqrt{L^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2} - \sqrt{L^2+\left(x-\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$\fallingdotseq L\sqrt{1+\left\{\frac{(x+d/2)}{L}\right\}^2} - L\sqrt{1+\left\{\frac{(x-\frac{d}{2})}{L}\right\}^2}$$

$$\fallingdotseq \frac{\left(x+\frac{d}{2}\right)^2}{2L} - \frac{\left(x-\frac{d}{2}\right)^2}{2L}$$

結果：$\Delta L = \dfrac{dx}{L}$

(ii) 考え方や計算の過程：

(a)(i)より，明線の条件は，$\dfrac{dx_k}{L} = k\lambda$

$$\therefore x_k = \frac{kL\lambda}{d} = a_k$$

結果：$a_k = \dfrac{kL\lambda}{d}$

(iii) 考え方や計算の過程：

暗線の条件は，$\dfrac{dx_{k'}}{L} = (2k'-1)\cdot\dfrac{\lambda}{2}$ $(k'=1, 2, 3, \cdots)$

$k'=1$として

$$\frac{dx_1}{L} = \frac{\lambda}{2}$$

$$\therefore x_1 = \frac{L\lambda}{2d} = b$$

結果：$b = \dfrac{L\lambda}{2d}$

(b) 考え方や計算の過程：

題意より，比例定数をαとして，

$$I_0 = \alpha(E_0+E_0)^2 = 4\alpha E_0^2$$

$$I(a_1) = \alpha(E_0+rE_0)^2 = (1+r)^2\alpha E_0^2$$

$$I(b) = \alpha(E_0-rE_0)^2 = (1-r)^2\alpha E_0^2$$

以上より，$E_0^2 = \dfrac{I_0}{4\alpha}$ だから，

結果：

$I(a_1) = \dfrac{(1+r)^2}{4}I_0$

$I(b) = \dfrac{(1-r)^2}{4}I_0$

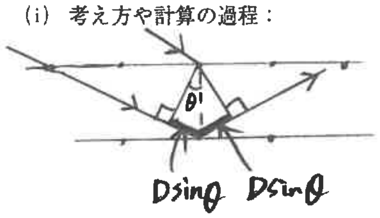
（裏面に続く。）

２０２２年　東北大学前期日程試験【物 理 】解答例

3 （表より続く。）

問(2) (a)

(i) 考え方や計算の過程：



図の太線部が経路差

結果：$\Delta\ell = 2D\sin\theta$

(ii) 考え方や計算の過程：

ブラッグの反射の条件式より

$2D\sin\theta = m\lambda$

結果：$2D\sin\theta = m\lambda$

(b) 考え方や計算の過程：

経路差を$\Delta\ell'$とすると，

$\Delta\ell' = D\sin\theta + D\sin\frac{\pi}{2}$

$\therefore \Delta\ell' = D$

$\Delta\ell' = D = m\lambda$とすると，

$2.0\times10^{-10} \leqq D \leqq 4.0\times10^{-10}$より

$2.0\times10^{-10} \leqq 1.54\times10^{-10}m \leqq 4.0\times10^{-10}$

mは整数より，$m=2$

$D = 2\times1.54\times10^{-10}$

$= 3.08\times10^{-10}$

$\fallingdotseq 3.1\times10^{-10}$

結果：$D = 3.1\times10^{-10}$ m

(c)

(i) 考え方や計算の過程：

題意より，$\theta=\theta_1'$のとき，X_1同士，X_2同士がそれぞれはじめて強め合う。このとき，$2D\sin\theta_1' = 1\times\lambda = \lambda$（(a)(ii)より）である。

$\Delta\ell' = \frac{D}{2}\sin\theta_1'\times2 = D\sin\theta_1'$だから，

$\Delta\ell' = \frac{\lambda}{2}$

結果：$\Delta\ell' = \frac{\lambda}{2}$

(ii)

記号：オ